www.clubmaths.fr

ACTIVITÉ 3

Coloriages mathématiques

Sommaire

Activités-élèves :	pages 1 à 3
Qu'avez-vous appris ?	page 4
Réponses, solutions	pages 5 et 6
Notes pour le professeur	page 7

Matériel

papier brouillon
papier quadrillé et papier triangulé pour reproduire facilement des figures.

Âge ou niveau

École, mais aussi début du collège pour les aspects algorihmiques.

Ce document est réalisé en quatre "couleurs",

sur papier : gris foncé, gris souris, gris clair, sablé

sur écran : bleu, orange, vert, jaune

Licence

Le règlement des droits relatifs au téléchargement de ce document PDF ouvre droit

… à son impression par l'utilisateur défini lors du règlement

… à son utilisation dans le cadre défini lors de ce règlement

… à le photocopier à autant d'exemplaires que souhaité dans ce même cadre

Une copie numérique de ce fichier peut-être réalisée par sécurité, à l'exclusion d'aucune autre copie par quelque moyen et sur quelque support électronique que ce soit.

Le contenu de ce fichier est sujet aux habituels droits de protection des auteurs. En particulier :

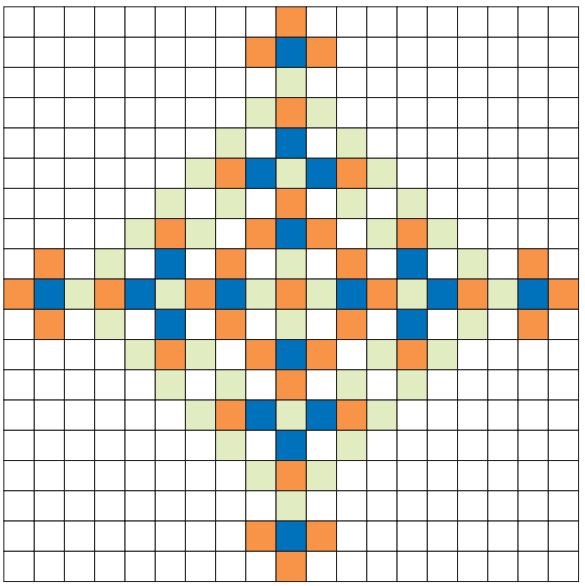
© 2007 – ACL-Les Editions du Kangourou

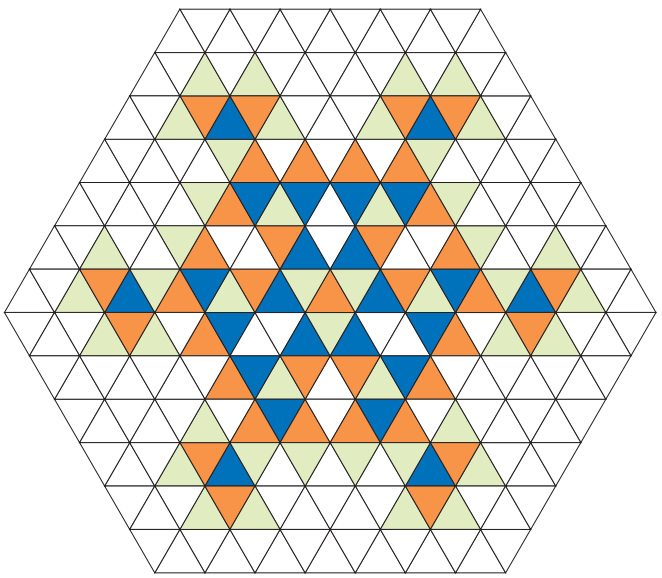
12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris

Coloriages

Sur un tirage en "noir et blanc" de cette activité, tu distingues 3 nuances, le gris souris, le clair et le foncé. Sur les coloriages que tu peux réaliser toi-même (ou sur un tirage "couleur") ces trois teintes pourraient être, respectivement, l'orange, le vert et le bleu.

0 La croix symétrique (à droite) a été obtenue en coloriant les carrés d'un quadrillage, selon des consignes très précises.
Le flocon tricolore (ci-dessous) a été réalisé avec les mêmes consignes, mais sur un autre « réseau » (un trillage).

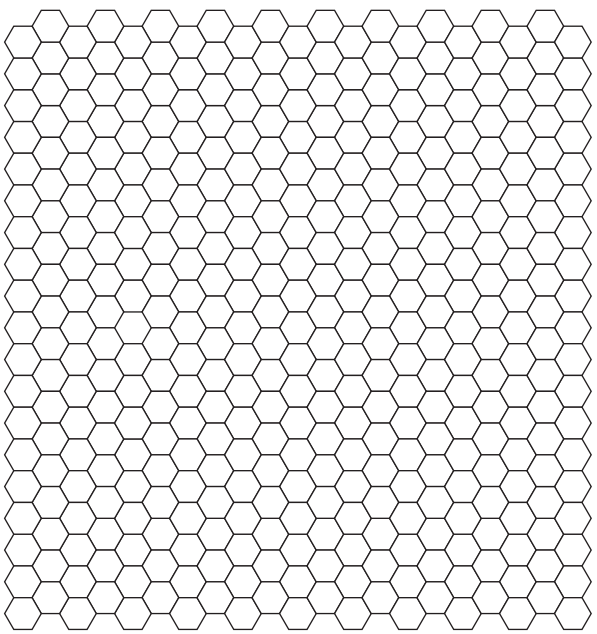




Observe les cases vertes (claires) autour de la case orange (souris) centrale, puis les cases bleues (foncées) autour des vertes (claires), puis les cases orange (souris) autour des bleues (foncées),…
Énonce alors la consigne principale qui a permis de réaliser ces dessins, en complétant la phrase : « Après avoir colorié les cases d'une certaine couleur, on colorie, de la couleur suivante, les cases qui ……
…… » .

1 Á toi de colorier

En utilisant les mêmes trois couleurs et la même consigne que dans les exemples précédents, **colorie un réseau hexagonal** (un « hexaillage »). **Choisis le réseau sur lequel tu veux travailler** (carré, triangulaire ou hexagonal) et dessine un coloriage avec **quatre couleurs** au lieu de trois, en suivant exactement la même consigne que précédemment.



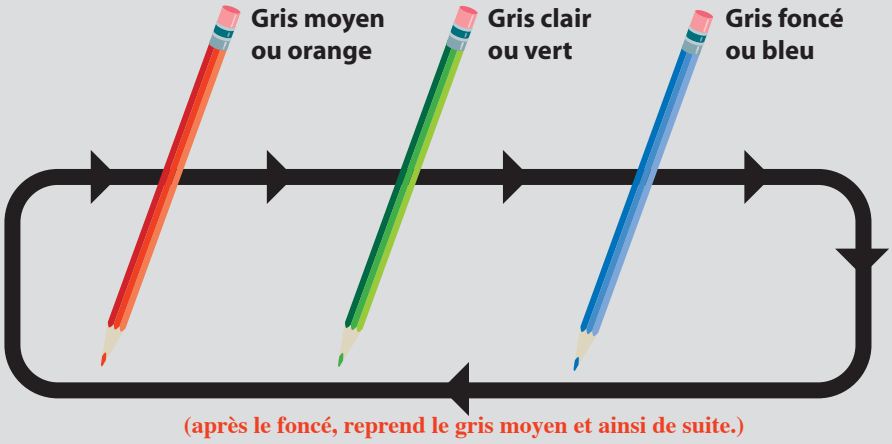
© 2007 – ACL-Les Éditions du Kangourou www.clubmaths.fr

Coloriages

Programme de coloriage

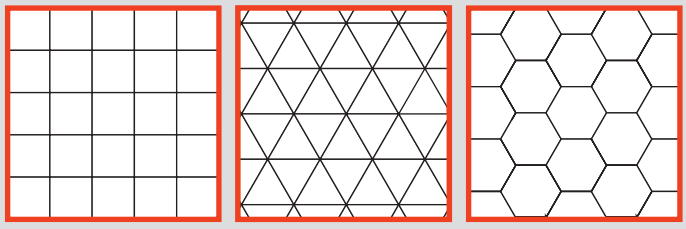
Pour réaliser un coloriage, tu peux toi-même choisir tes consignes selon le programme suivant :

a) Choisis une suite de couleurs.



(après le foncé, reprend le gris moyen et ainsi de suite.)

b) Choisis un réseau.



carré triangulaire hexagonal

c) Colorie…

i • une case, avec la première couleur

ii • avec la couleur suivante, toutes les cases qui touchent par un seul *côté* les cases déjà coloriées

iii • répète la consigne B.

Tu peux trouver des réseaux à colorier sur le site du www.clubmaths.fr (téléchargement gratuit).

Vocabulaire

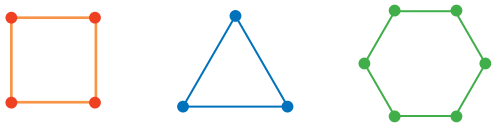
Pour mieux s'expliquer et se comprendre lorsqu'on décrit des dessins, il vaut mieux parler avec le même vocabulaire :

• Les **cases** du **réseau** sont des **polygones** :

• les cases ont des **côtés**

(un carré a 4 côtés, un triangle a 3 côtés, un hexagone a 6 côtés.)

les cases ont des **sommets** (ou **coins**) :



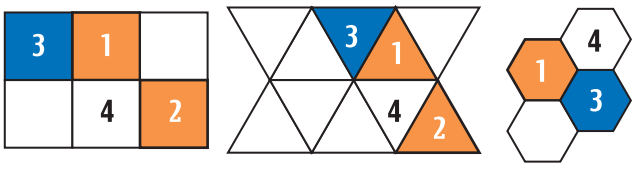
(Un polygone a autant de sommets que de côtés.)

Dans un réseau, les cases peuvent se toucher.

Les cases 1 et 2 se touchent par un coin.

Les cases 1 et 3 se touchent par un côté.

La case 4 touche les cases déjà coloriées par 2 côtés.

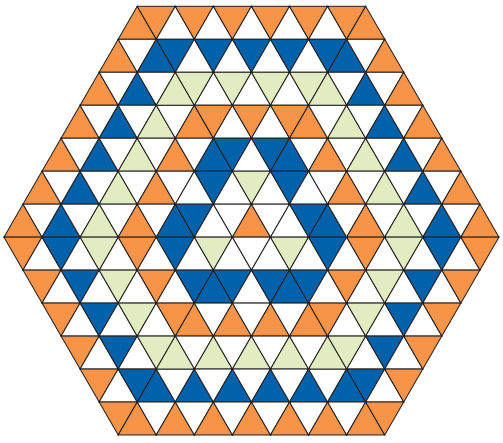


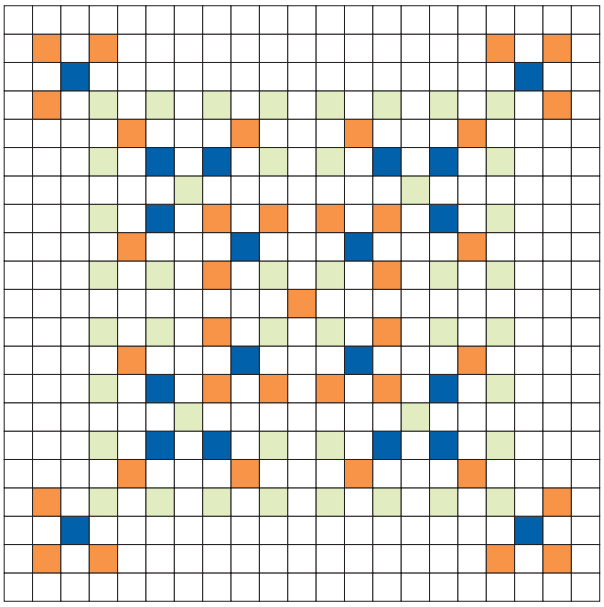
© 2007 – ACL-Les Éditions du Kangourou www.clubmaths.fr

Coloriages

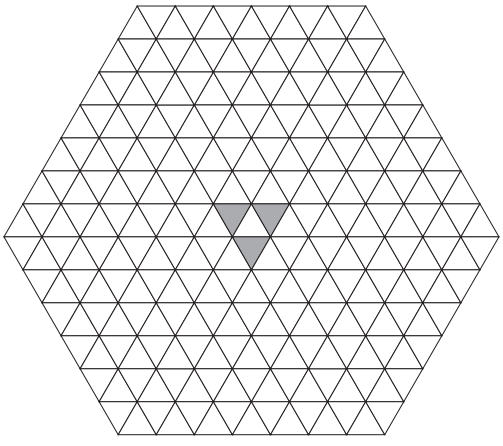
2 Change de programme !

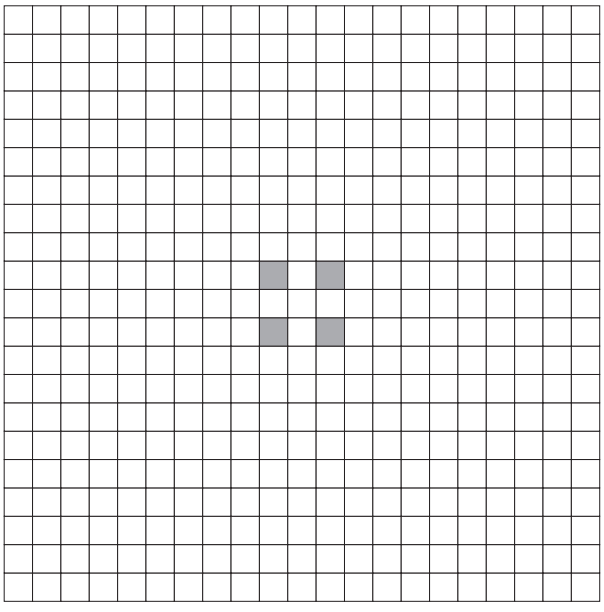
Les deux coloriages suivants ont été réalisés, comme dans 0, en suivant le **programme de coloriage** de la page 2. Mais dans la consigne C, on a remplacé le mot *côté* par le mot *sommet*.





Termine les deux coloriages ci-dessous en appliquant ce nouveau programme (où l'on a commencé par colorier d'une première couleur un "germe" de quelques cases au lieu d'une seule).





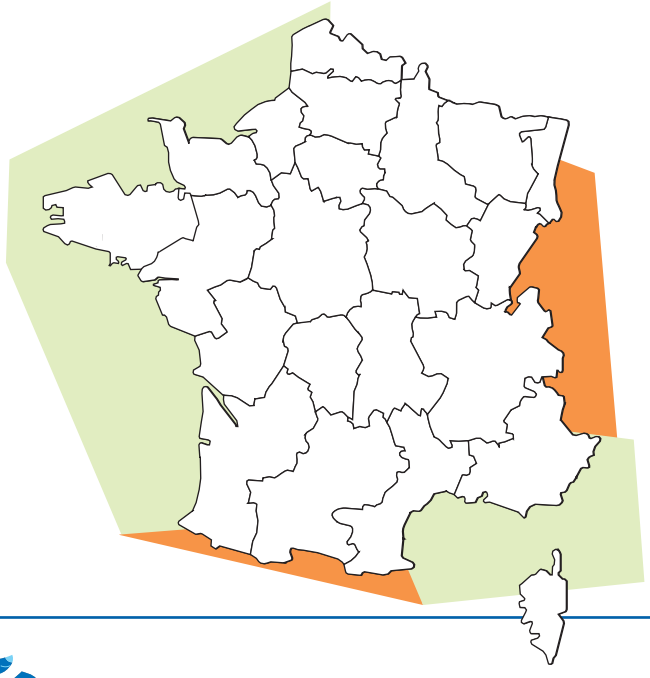
Tu peux voir sur le site www.clubmaths.fr de magnifiques coloriages réalisés par Jean Fromentin, professeur à Niort.

© 2007 – ACL-Les Éditions du Kangourou www.clubmaths.fr

Coloriages

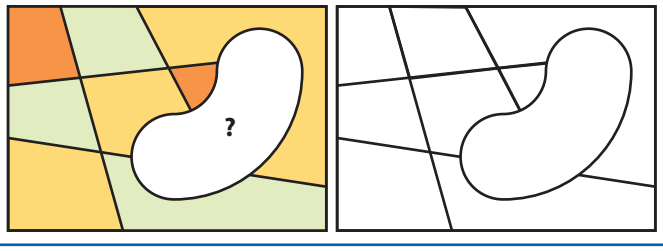
3 Coloriage de carte

Voici une carte des régions de la France métropolitaine. Les 2 "régions" mer et étranger ont déjà été coloriés en vert (clair) et rouge (souris).
On veut évidemment les colorier de manière que 2 régions ayant un morceau de frontière commune soient de couleurs différentes. **Réalise ce coloriage en 4 couleurs** (bleu, orange, vert et jaune).
(Nous te conseillons d'écrire d'abord au crayon, dans chaque région, la couleur que tu penses utiliser.)



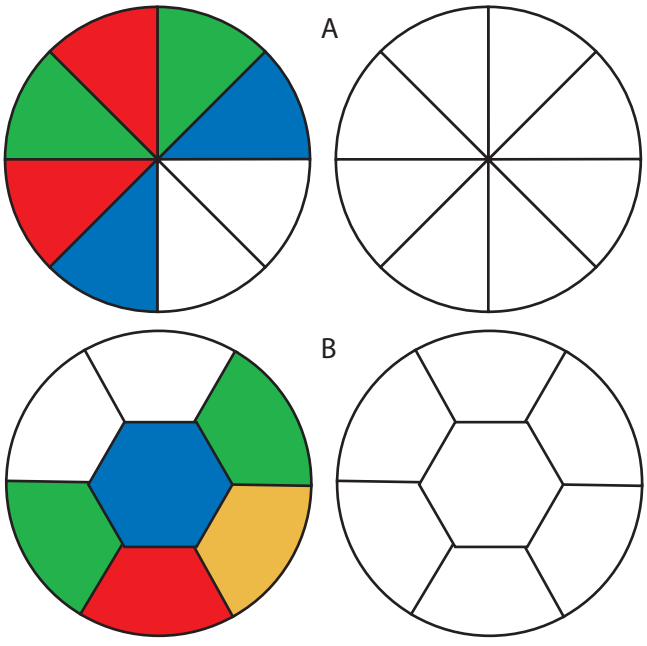
5 Trois couleurs ou quatre ?

Achille a commencé à colorier la carte ci-dessous… et il lui reste un pays à colorier. Malheureusement, maintenant il est obligé d'utiliser une quatrième couleur. **Comprends-tu pourquoi ?**
Cependant, il est possible de reprendre le coloriage à son début et de n'utiliser que 3 couleurs. **Saurais-tu y arriver ?**

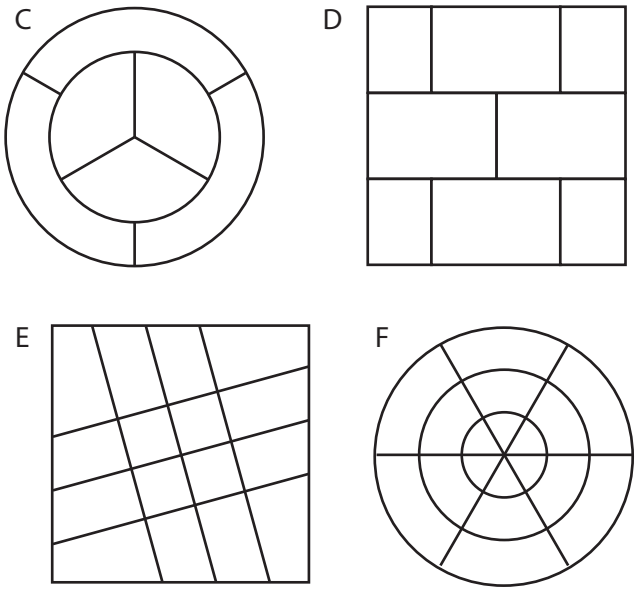


4 Avec un minimum de couleurs

Voici des cartes de continents bizarres où les pays ont des formes drôlement géométriques.
1. **Termine les coloriages commencés**. Pense-tu pouvoir utiliser moins de couleurs si tu commences avec la même carte entièrement blanche ?



2. **Trouve, pour chacune des cartes ci-dessous, le nombre minimum de couleurs à utiliser** si on s'interdit la même couleur pour deux pays ayant une frontière commune. **Réalise le coloriage**.



© 2007 – ACL-Les Éditions du Kangourou www.clubmaths.fr

Coloriages

Les cartes à 4 couleurs

Chaque fois qu'une carte contient un pays entouré par trois autres, on est obligé d'utiliser 4 couleurs pour la colorier.

La question est maintenant :

Existe-t-il des cartes qui nécessiteraient vraiment 5 couleurs ?

A cette question, les mathématiciens ont démontré que la réponse était : non ! C'est ce qu'ils appellent le « théorème des 4 couleurs » :

N'importe quelle carte, dessinée sur une feuille plane, peut se colorier avec 4 couleurs seulement. … et cela aussi compliquée soit-elle.

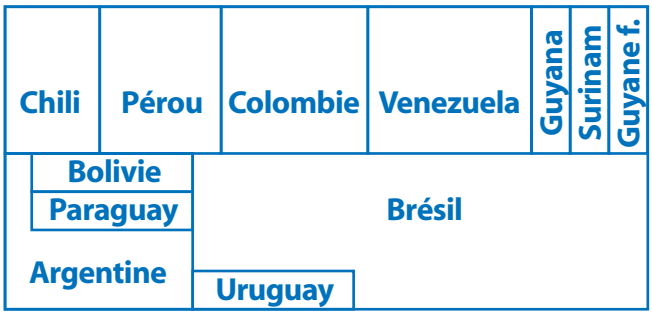
6 La carte de Pablo

Pablo a commencé à colorier une carte d'Amérique du sud…

Y arrivera-t-il avec 4 couleurs seulement (la mer en utilisant une) ?

Et toi peux-tu colorier la carte "vierge" avec 4 couleurs ?

Pour t'aider dans ta recherche de couleur, nous t'avons dessineé une carte schématique qu'il est facile de colorier en 4 couleurs… à condition de bien commencer !



© 2007 – ACL-Les Éditions du Kangourou www.clubmaths.fr

Coloriages

Qu'as-tu appris ?

Lors de ces activités, tu as appris ceci :
Suivre une consigne est, à la fois, facile et intéressant et utile.

C'est facile car ton professeur (ou bien les professeurs qui ont rédigé un livre ou une fiche pour toi) a fait exprès d'énoncer des ordres clairs et précis que tu n'as qu'à suivre tout simplement.
Et c'est intéressant car, en suivant ces consignes, tu réalises quelque chose que tu n'aurais peut-être pas trouvé tout seul ; et les résultats sont parfois étonnants.

Par exemple, dans les activités 0, 1, 2, … les coloriages réalisés sont assez jolis ; si tu ne regardes que la consigne, tu ne peux pas imaginer que les dessins vont être aussi variés et esthétiques : ils ont l'air réguliers (grâce au respect d'une consigne précise) mais ils sont aussi assez complexes et donc intéressants (grâce à la multiplicité des cases et des couleurs).

Il en est souvent ainsi en mathématiques : les consignes ont l'air bien rigoureuses et pas très drôles ; mais c'est pour être plus facilement et mieux comprises. Quand on les applique, on a alors souvent le plaisir de voir et de comprendre de nouvelles choses.

Par exemple, les consignes pour tracer un hexagone sont tristounettes :
«(1) tracer un cercle –(2) avec le même rayon, tracer un cercle centré sur un point de sa circonférence –(3) recommencer six fois au total la consigne(2), en prenant pour centre le point d'intersection du premier cercle avec le dernier cercle tracé. ». Mais lorsqu'on voit toutes les rosaces et autres belles figures que l'on peut tracer à partir de cette construction, on est plutôt émerveillé.

Un truc utile

Dans une première étape, fais confiance aux consignes ou aux conseils que te donnent les livres de mathématiques ; et attends de voir les résultats que tu obtiens pour juger si le respect de leur énoncé en valait ou non la peine.

Le théorème des 4 couleurs

Depuis environ 1870, on se doutait bien qu'**il suffit de 4 couleurs pour colorier n'importe quelle carte plane** (de manière que deux pays ayant un bout de frontière commune soient coloriés de deux couleurs différentes). Mais personne n'avait réussi à **démontrer** ce résultat pour **toutes** les cartes possibles.
La première démonstration, en 1976, a nécessité l'emploi d'un ordinateur pour explorer systématiquement des milliers de configurations (Appell et Haken).
Peut-être un jour, quelqu'un (toi ?) arrivera-t-il à démontrer ce résultat de manière plus simple…

© 2007 – ACL-Les Éditions du Kangourou www.clubmaths.fr

Notes pour le professeur

Les élèves peuvent être étonnés que le coloriage soit une activité mathématique.
Et pourtant, il s'agit bien de suivre un programme d'actions précis, comme on le fait par exemple pour une construction géométrique ; le compas et la règle y sont remplacés par divers crayons de couleurs. La même attention et la même rigueur sont nécessaires.
Cela peut-être un moyen de désacraliser les mathématiques (si elles l'avaient jamais été).

En tous cas, il vous faudra expliquer et commenter la page *Qu'as-tu appris* avant ou au moment de la distribuer aux élèves.

Chemin faisant, il sera utile (et éducatif) de faire remarquer aux élèves qu'il n'est pas toujours facile d'**écrire des consignes totalement dépourvues d'ambiguïté**.
Dans le programme de coloriage par exemple, il faut bien préciser « les cases qui touchent par un SEUL côté les cases déjà coloriées » ; en effet, les cases « qui touchent par DEUX côtés celles déjà coloriées » ne sont pas coloriées. Si on le faisait, on obtiendrait un autre coloriage (et ce serait une AUTRE consigne).
Prenons aussi l'exemple de l'activité 2 ; le coloriage d'un réseau triangulaire avec la consigne :

"colorie, avec la couleur suivante, toutes les cases qui touchent par un seul coin, les cases déjà coloriées".

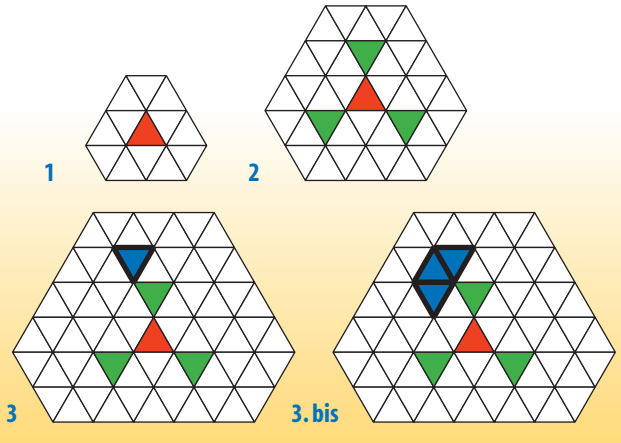
À l'étape 3, par exemple, on commence à colorier en bleu un triangle "touchant cette case verte par un seul coin" ; et c'est bien. Mais il faut aussi colorier en bleu les deux autres cases qui touchent une case verte par le même coin ; c'est ce qui est fait à l'étape 3 bis. Bien sûr, ces cases bleues touchent la case bleue précédente en deux coins ; mais quand on colorie en bleu, il faut colorier (comme si on le faisait d'un seul coup) toutes les cases touchant par un seul coin les cases déjà coloriées ("déjà" signifie alors "à l'étape précédente, quand on coloriait en vert !").

Stimulez la créativité des élèves, en faisant contrôler cette créativité.

Cette activité donne le moyen aux élèves peu créatifs, ou qui hésiteraient à l'être, de se lancer, avec l'aide de consignes, qui sont finalement des contraintes plus libératrices que leur nom le laisserait supposer.
On pourra évoquer avec eux l'écriture de poèmes en vers (avec des consignes comme l'emploi d'alexandrins, ou la structuration en « sonnets » 4-4-3-3), ou les performances style « oulipo ».
Il est bon, en tout cas d'institutionnaliser le fait que les règles sont parfois de bons catalyseurs de l'imagination.
On pourra aussi donner un conseil éducatif général en faisant remarquer que le mieux est parfois l'ennemi du bien : ainsi par exemple, si on prend beaucoup de couleurs, le coloriage obtenu peut-être moins joli (car l'effet de périodicité n'apporte plus son esthétique) qu'avec trois couleurs seulement.

Questions supplémentaires pour élèves « accro »

1. Utiliser d'autres réseaux que les trois réseaux, carré, triangulaire ou hexagonal.
Par exemple l'un quelconque des huit *carrelages d'Archimède* que vous poucez télécharger à l'adresse www.mathskang.com
2. Remplacer la consigne Cii par
…toutes les cases qui touchent par AU MOINS un côté…



© 2007 – ACL-Les Éditions du Kangourou www.clubmaths.fr